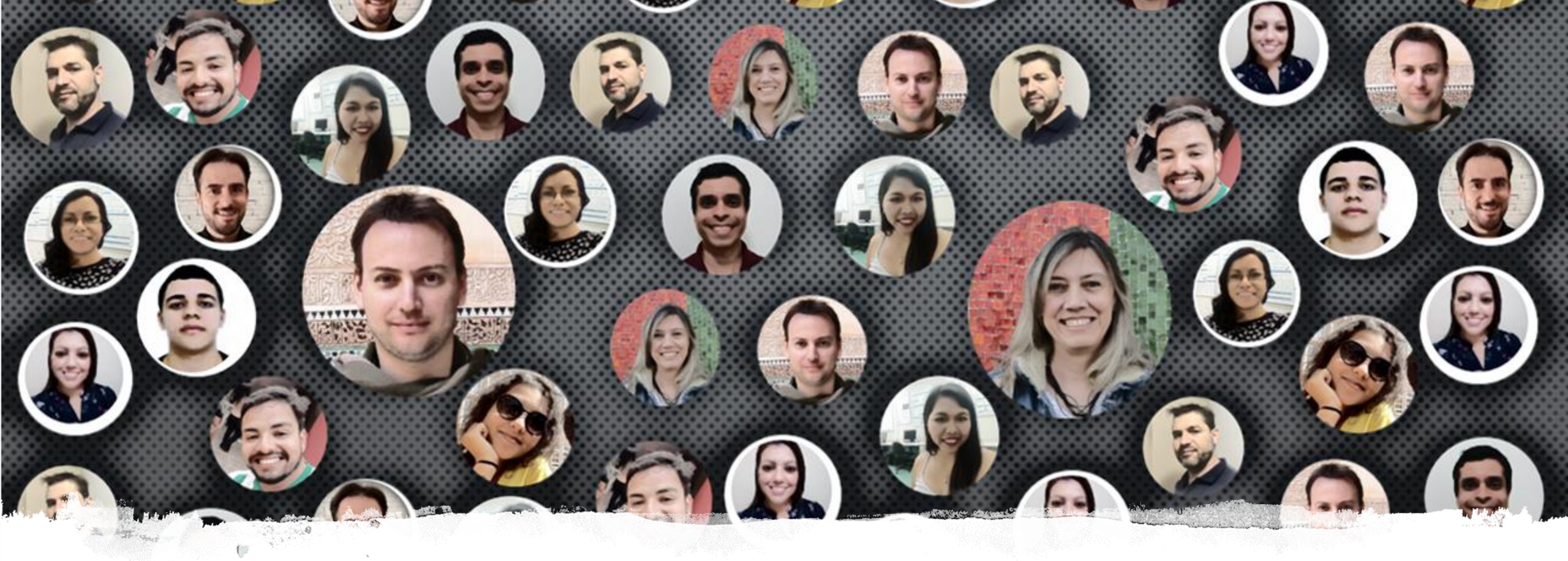




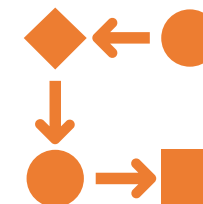
Algoritmo α : Exemplos didáticos

José Francisco dos Santos Neto
M.Sc. Ana Rocío Cárdenas Maita
Prof. Dra. Sarajane Marques Peres
Prof. Dr. Marcelo Fantinato

2021

Para referenciar esse material:

Santos Neto, J. F.; Maita, A. R. C.; Peres, S. M.; Fantinato, M. "Notas de Aula: Introdução à ciência de processos e ciência de dados como base para a mineração de processos - Algoritmo α : Exemplos didáticos". Grupo Process Mining @ USP, 2021.



Exemplo 1



Algoritmo α – exemplo 1 - log

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, c, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 1 – passo 1

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).

Log
<a, b, d>
<a, c, d>



Algoritmo α – exemplo 1 – passo 2

1. {a, b, c, d} (conjunto de atividades no log).
2. {a} (conjunto de atividade de início).

Log
<a, b, d>
<a, c, d>

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 3

1. {a, b, c, d} (conjunto de atividades no log).
2. {a} (conjunto de atividades de início).
3. {d} (conjunto de atividades de fim).

Log
<a, b, **d**>
<a, c, **d**>



Algoritmo α – exemplo 1 – passo 3

1. {a, b, c, d} (conjunto de atividades no log).
2. {a} (conjunto de atividades de início).
3. {d} (conjunto de atividades de fim).

Log
<a, b, **d**>
<a, c, **d**>

Atividades correspondem às transições na WF-Net.



Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Log
<a, b, d>
<a, c, d>

Vamos usar de uma estrutura auxiliar para nos ajudar: a matriz de pegadas



Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

Log
<a, b, d>
<a, c, d>



Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.

Log
<a, b, d>
<a, c, d>



Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.

Log
<a, b, d>
<a, c, d>



Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Nunca segue ($\#$) = $\{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.

Log
<a, b, d>
<a, c, d>

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Nunca segue ($\#$) = $\{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- **Segue em ambas as direções ($||$) = $\{\}$.**

Log
<a, b, d>
<a, c, d>

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$		
b	$\leftarrow$			
c				
d				

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			
c	$\leftarrow$			
d				

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (\mathbf{b,d}), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			
d		$\leftarrow$		

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (\text{c,d})\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (\mathbf{a,d}), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\mathbf{\#}$
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (\mathbf{b,b}), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	$\mathbf{\#}$		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (\mathbf{c,b}), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	$\mathbf{\#}$		$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (\mathbf{d,a}), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	$\mathbf{\#}$	$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (\textcolor{brown}{d},d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	$\textcolor{brown}{\#}$

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 1 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Segue em ambas as direções (||)

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\}, \{b\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), (\{b,c\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(//) = \{\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), (\{b,c\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
c	$\leftarrow$	#	#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 4

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), \{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#	#	→
c	←	#	#	→
d	#	←	←	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 5

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), \{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).

Log
 $\langle a, b, d \rangle$
 $\langle a, c, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#	#	→
c	←	#	#	→
d	#	←	←	#

Algoritmo α – exemplo 1 – passo 6

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), \{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).



Algoritmo α – exemplo 1 – passo 7

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), \{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).
7. $\{(i,a), (a,(\{a\},\{b,c\})), ((\{a\},\{b,c\}),b),((\{a\},\{b,c\}),c), (b,(\{b,c\},\{d\})), (c,(\{b,c\},\{d\})), ((\{b,c\},\{d\}),d), (d,f)\}$
(conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).



Algoritmo α – exemplo 1 – passo 8

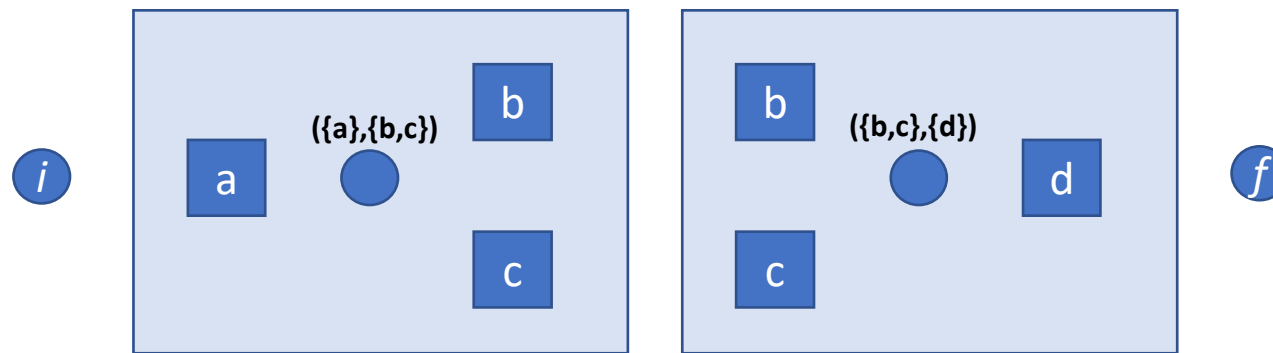
1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{a\},\{b,c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), \{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).
7. $\{(i,a), (a,(\{a\},\{b,c\})), ((\{a\},\{b,c\}),b),((\{a\},\{b,c\}),c), (b,(\{b,c\},\{d\})), (c,(\{b,c\},\{d\})), ((\{b,c\},\{d\}),d), (d,f)\}$ (conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).
8. Conjunto de transições (atividades), lugares e arcos.



Algoritmo α – exemplo 1 – construindo a WF-Net

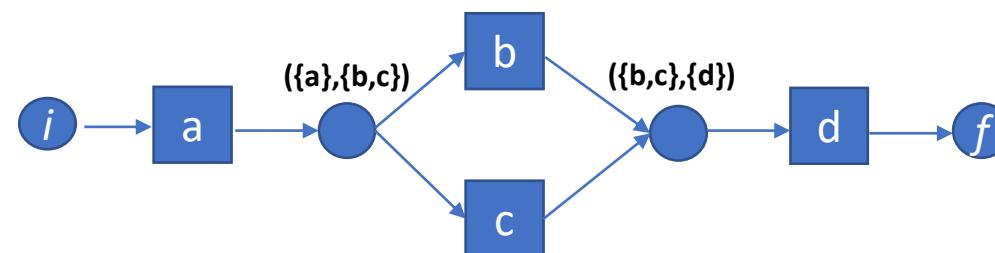
$\{i, (\{a\},\{b,c\}), (\{b,c\},\{d\}), f\}$

(conjunto maximal de lugares mais os lugares de início e de fim).

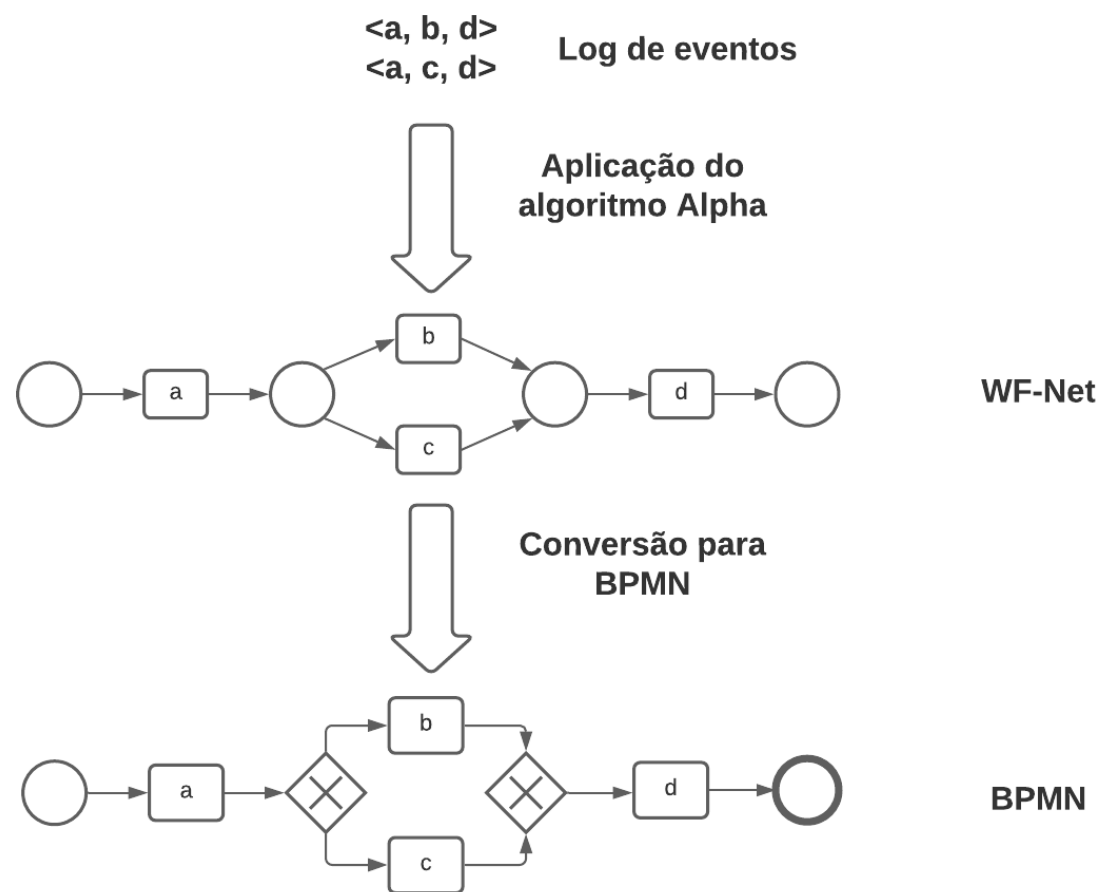


$\{(i,a), (a,(\{a\},\{b,c\})),$
 $((\{a\},\{b,c\}),b),((\{a\},\{b,c\}),c), (b,(\{b,c\},\{d\})),$
 $(c,(\{b,c\},\{d\})), ((\{b,c\},\{d\}),d), (d,f)\}$

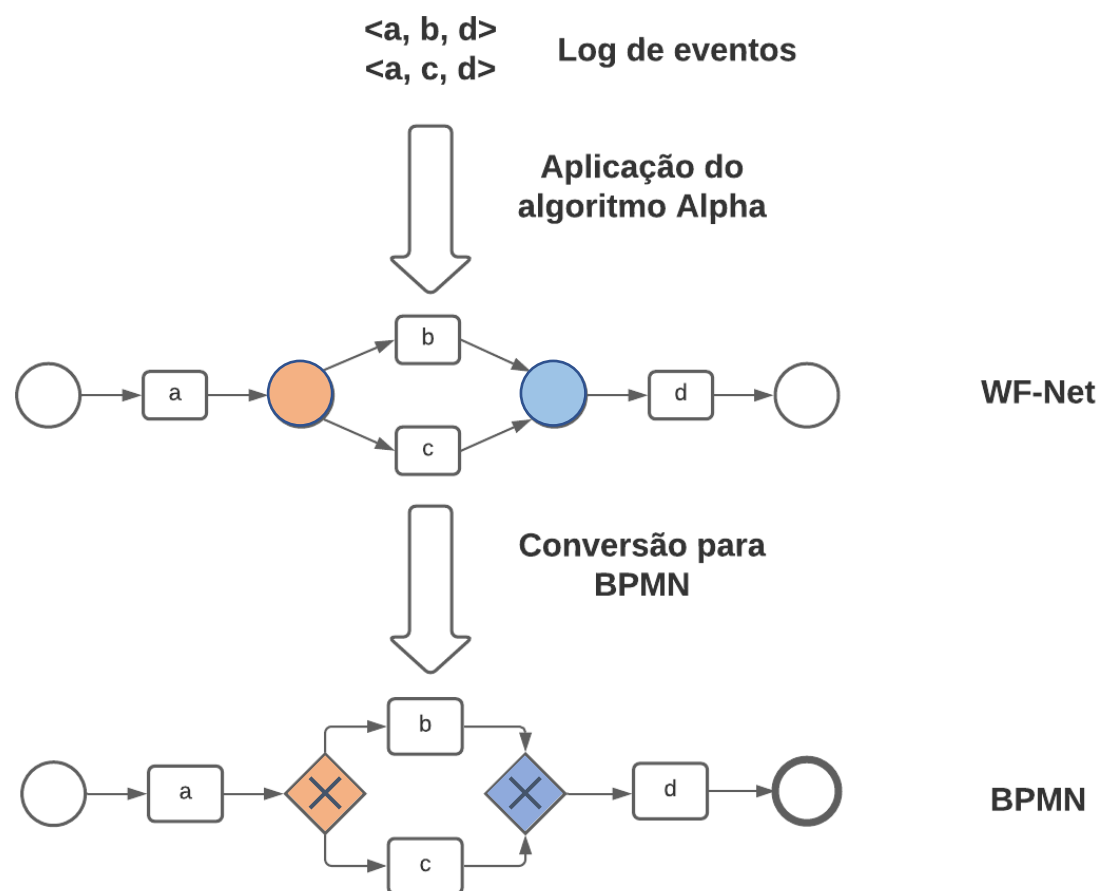
(conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).



Algoritmo α – exemplo 1 – resultado



Algoritmo α – exemplo 1 – resultado



- Quando $a \rightarrow b$ e $a \rightarrow c$, porém $b \# c$: trata-se de um caso típico de **XOR split**.
- Quando $b \rightarrow d$ e $c \rightarrow d$, porém $b \# c$: trata-se de um caso típico de **XOR join**.

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#	#	→
c	←	#	#	→
d	#	←	←	#

Exemplo 2



Algoritmo α – exemplo 2 - log

Log

$\langle a, b, c, d \rangle$

$\langle a, c, b, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 2 – passo 1

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>



Algoritmo α – exemplo 2 – passo 2

1. {a, b, c, d} (conjunto de atividades no log).
2. {a} (conjunto de atividades de início).

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 3

1. {a, b, c, d} (conjunto de atividades do log).
2. {a} (conjunto de atividades de início).
3. {d} (conjunto de atividades de fim).

Log
<a, b, c, **d**>
<a, c, b, **d**>

Atividades correspondem às transições na WF-Net.



Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

Conjunto de lugares.

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>

Vamos usar de uma estrutura auxiliar para nos ajudar: a matriz de pegadas



Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Nunca segue ($\#$) = $\{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- Nunca segue ($\#$) = $\{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- **Segue em ambas as direções ($||$) = $\{(b,c), (c,b)\}$.**

Log
<a, b, c, d>
<a, c, b, d>

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$		
b	$\leftarrow$			
c				
d				

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			
c	$\leftarrow$			
d				

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (\mathbf{b,d}), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			
d		$\leftarrow$		

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Causalidade ($\rightarrow$)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Nunca segue (#)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (\mathbf{a,d}), (b,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Nunca segue (#)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\mathbf{\#}$
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (\mathbf{b,b}), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Nunca segue (#)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$			$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (\mathbf{c,c}), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Nunca segue (#)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d		$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (\mathbf{d,a}), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Nunca segue (#)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	$\mathbf{\#}$	$\leftarrow$	$\leftarrow$	

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,c), (d,a), (\mathbf{d,d})\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Nunca segue (#)

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	$\mathbf{\#}$

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Segue em ambas as direções (||)

Algoritmo α – exemplo 2 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Segue em ambas as direções (||)

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

Conjunto de lugares entre atividades.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\}, \{b\})\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

Conjunto de lugares entre atividades.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\})\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

Conjunto de lugares entre atividades.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

Conjunto de lugares entre atividades.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

Conjunto de lugares entre atividades.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (a,c), (b,c), (b,d), (c,b), (c,d)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$.

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\rightarrow$	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\leftarrow$		#	$\rightarrow$
d	#	$\leftarrow$	$\leftarrow$	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 4

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#		→
c	←		#	→
d	#	←	←	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 5

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).

Log
 $\langle a, b, c, d \rangle$
 $\langle a, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#		→
c	←		#	→
d	#	←	←	#

Algoritmo α – exemplo 2 – passo 6

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).



Algoritmo α – exemplo 2 – passo 7

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).
7. $\{(i,a), (a,(\{a\},\{b\})), (a,(\{a\},\{c\})), ((\{a\},\{b\}), b), ((\{a\},\{c\}), c), (b,(\{b\},\{d\})), (c,(\{c\},\{d\})), ((\{b\},\{d\}),d), ((\{c\},\{d\}),d), (d,f)\}$ (conjunto de arcos que conectam lugares e transições).

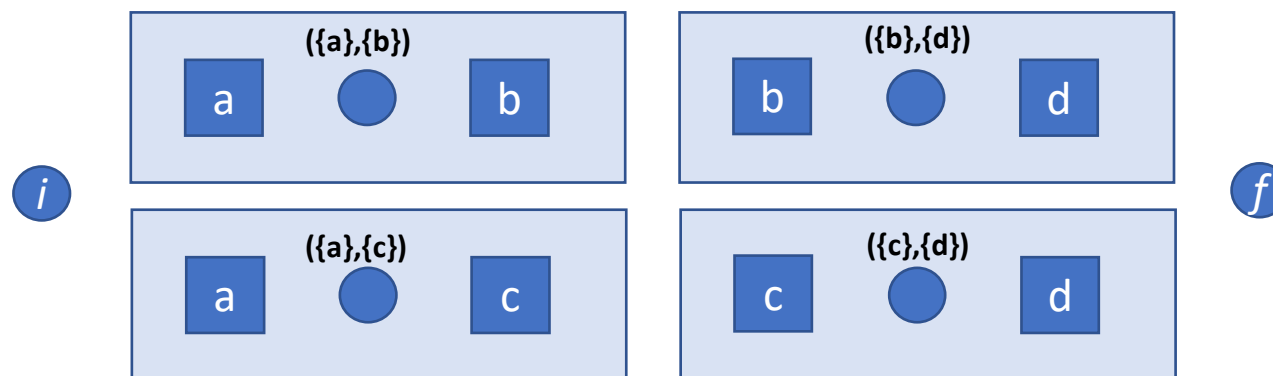
Algoritmo α – exemplo 2 – passo 8

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).
7. $\{(i,a), (a,(\{a\},\{b\})), (a,(\{a\},\{c\})), ((\{a\},\{b\}), b), ((\{a\},\{c\}), c), (b,(\{b\},\{d\})), (c,(\{c\},\{d\})), ((\{b\},\{d\}),d), ((\{c\},\{d\}),d), (d,f)\}$ (conjunto de arcos que conectam lugares e transições).
8. Conjunto de transições (atividades), lugares e arcos.

Algoritmo α – exemplo 2 – construindo a WF-Net

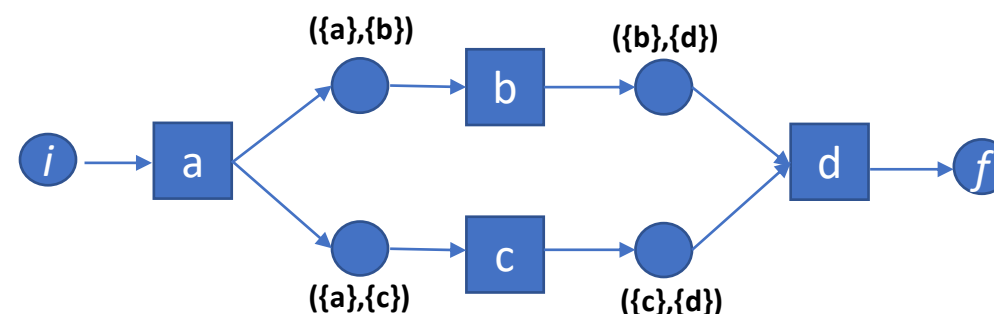
$\{i, (\{a\},\{b\}), (\{a\},\{c\}), (\{b\},\{d\}), (\{c\},\{d\}), f\}$

(conjunto maximal de lugares mais os lugares de início e de fim).

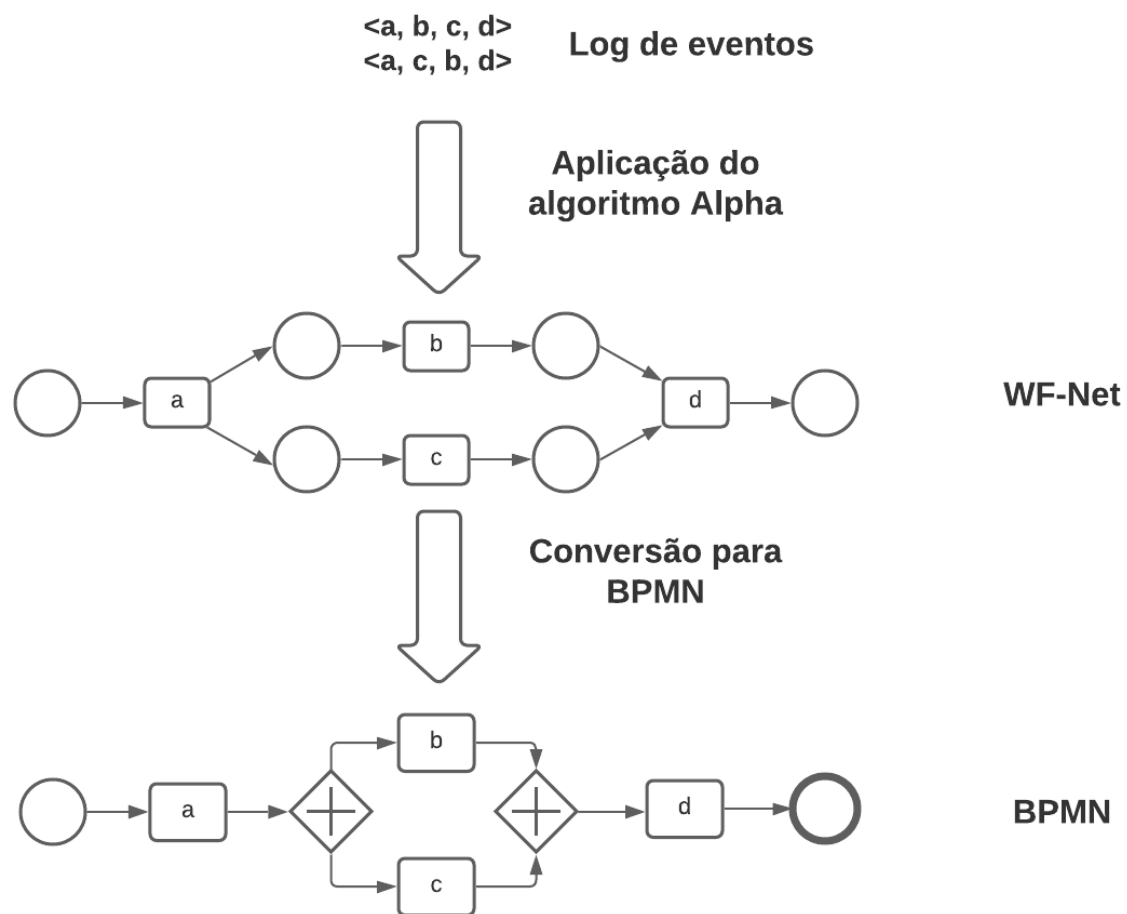


$\{(i,a), (a,(\{a\},\{b\})), (a,(\{a\},\{c\})), ((\{a\},\{b\}), b), ((\{a\},\{c\}), c), (b,(\{b\},\{d\})), (c,(\{c\},\{d\})), ((\{b\},\{d\}), d), ((\{c\},\{d\}), d), (d,f)\}$

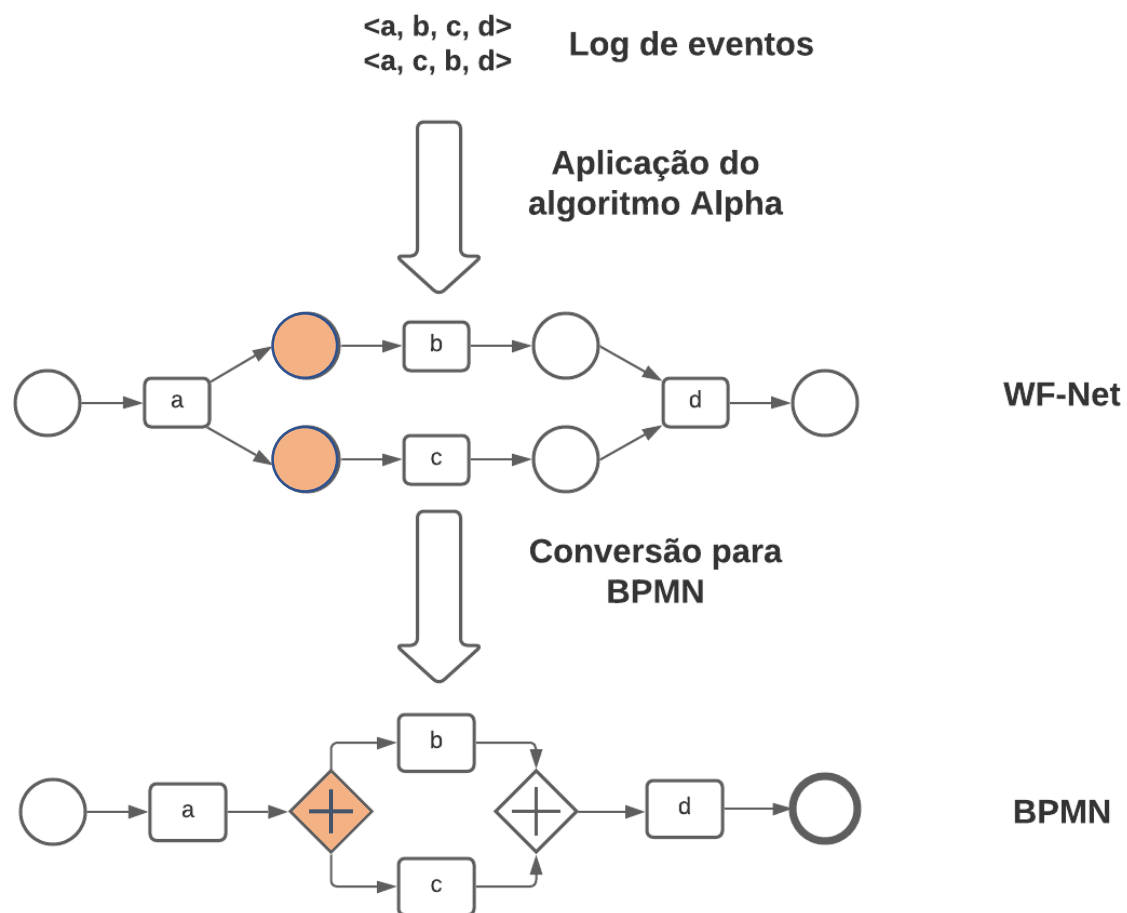
(conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).



Algoritmo α – exemplo 2 – resultado



Algoritmo α – exemplo 2 – resultado

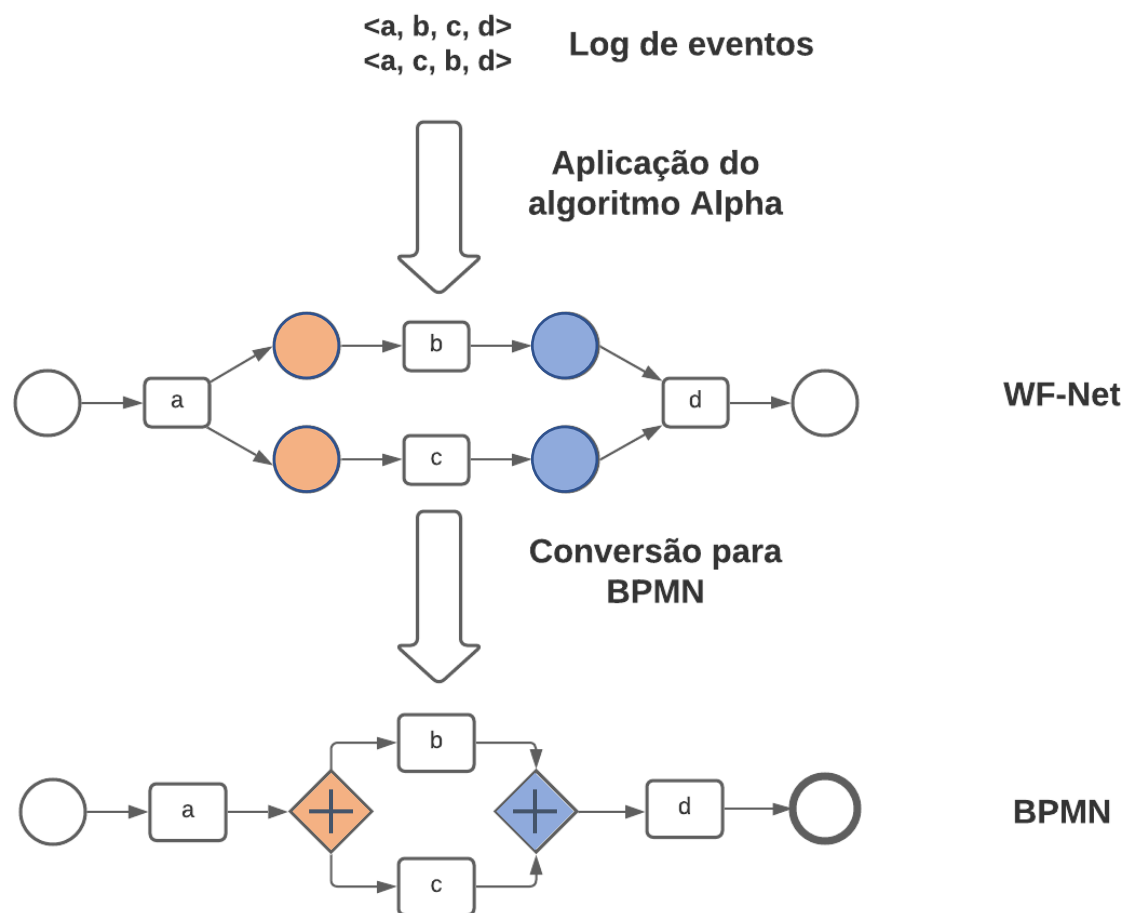


- Quando $a \rightarrow b$, $a \rightarrow c$ e $b || c$: trata-se de um caso típico de **AND split**.

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#		→
c	←		#	→
d	#	←	←	#

Algoritmo α – exemplo 2 – resultado



- Quando $a \rightarrow b$, $a \rightarrow c$ e $b || c$: trata-se de um caso típico de **AND split**.
- Quando $b \rightarrow d$, $c \rightarrow d$ e $b || c$: trata-se de um caso típico de **AND join**.

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	→	→	#
b	←	#		→
c	←		#	→
d	#	←	←	#

Exemplo 3



Algoritmo α – exemplo 3 - log

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 1

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 3 – passo 2

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 3

1. {a, b, c, d} (conjunto de atividades no log).
2. {a} (conjunto de atividades de início).
3. {d} (conjunto de atividades de fim).

Log

<a, b, **d**>

<a, b, c, b, **d**>

<a, b, c, b, c, b, **d**>

Atividades correspondem às transições na WF-Net.

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 4

Conjunto de lugares.

Log
<a, b, d>
<a, b, c, b, d>
<a, b, c, b, c, b, d>

Vamos usar de uma estrutura auxiliar para nos ajudar: a matriz de pegadas



Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (b,d)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (b,d)\}$.
- Nunca segue ($\#$) = $\{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- Segue diretamente ($>$) = $\{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- Causalidade ($\rightarrow$) = $\{(a,b), (b,d)\}$.
- Nunca segue ($\#$) = $\{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- **Segue em ambas as direções ($|$) = $\{(b,c), (c,b)\}$.**

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$



Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$		
b	$\leftarrow$			
c				
d				

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a		$\rightarrow$		
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c				
d		$\leftarrow$		

Causalidade ($\rightarrow$)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$		
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c				
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (\mathbf{a,c}), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	$\mathbf{\#}$	
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c				
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (\mathbf{a,d}), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	$\mathbf{\#}$
b	$\leftarrow$			$\rightarrow$
c				
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (\mathbf{b,b}), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	$\mathbf{\#}$		$\rightarrow$
c				
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (\mathbf{c,a}), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	$\mathbf{\#}$			
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (\mathbf{c,c}), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		$\mathbf{\#}$	
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d		$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (\mathbf{d,a}), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	$\mathbf{\#}$	$\leftarrow$		

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (\text{d,c}), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (\mathbf{d,d})\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	$\mathbf{\#}$

Nunca segue (#)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	#

Segue em ambas as direções (||)

Algoritmo α – exemplo 3 – matriz de pegadas

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegadas

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	#

Segue em ambas as direções (||)

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\}, \{b\})\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegada

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	#

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\},\{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegada

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	#

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 4

Conjunto de lugares.

Relações de ordem do log:

- $(>) = \{(a,b), (b,c), (b,d), (c,b)\}$.
- $(\rightarrow) = \{(a,b), (b,d)\}$.
- $(\#) = \{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$.
- $(||) = \{(b,c), (c,b)\}$.

Lugares que correspondem às relações de ordem de causalidade ($\rightarrow$) cujas origens e destinos nunca se seguem entre si ($\#$).

4. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$.

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegada

	a	b	c	d
a	#	$\rightarrow$	#	#
b	$\leftarrow$	#		$\rightarrow$
c	#		#	#
d	#	$\leftarrow$	#	#

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 4

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto de lugares).

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegada

	a	b	c	d
a	#	→	#	#
b	←	#		→
c	#		#	#
d	#	←	#	#

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 4

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).

Log

$\langle a, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, d \rangle$

$\langle a, b, c, b, c, b, d \rangle$

Matriz de pegada

	a	b	c	d
a	#	→	#	#
b	←	#	//	→
c	#	//	#	#
d	#	←	#	#

Algoritmo α – exemplo 3 – passo 6

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).



Algoritmo α – exemplo 3 – passo 7

1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).
7. $\{(i, a), (a, (\{a\}, \{b\})), ((\{a\}, \{b\}), b), (b, (\{b\}, \{d\})), ((\{b\}, \{d\}), d), (d, f)\}$ (conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).



Algoritmo α – exemplo 3 – passo 8

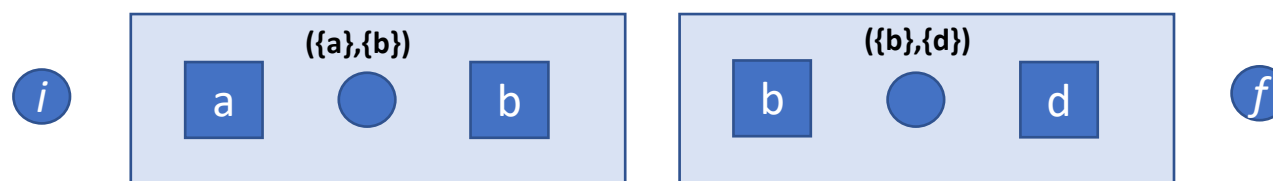
1. $\{a, b, c, d\}$ (conjunto de atividades no log).
2. $\{a\}$ (conjunto de atividades de início).
3. $\{d\}$ (conjunto de atividades de fim).
4. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto de lugares).
5. $\{(\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\})\}$ (conjunto maximal de lugares).
6. $\{i, (\{a\}, \{b\}), (\{b\}, \{d\}), f\}$ (conjunto maximal de lugares mais os lugares de início (i) e de fim (f)).
7. $\{(i, a), (a, (\{a\}, \{b\})), ((\{a\}, \{b\}), b), (b, (\{b\}, \{d\})), ((\{b\}, \{d\}), d), (d, f)\}$ (conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).
8. Conjunto de transições (atividades), lugares e arcos.



Algoritmo α – exemplo 3 – construindo a WF-Net

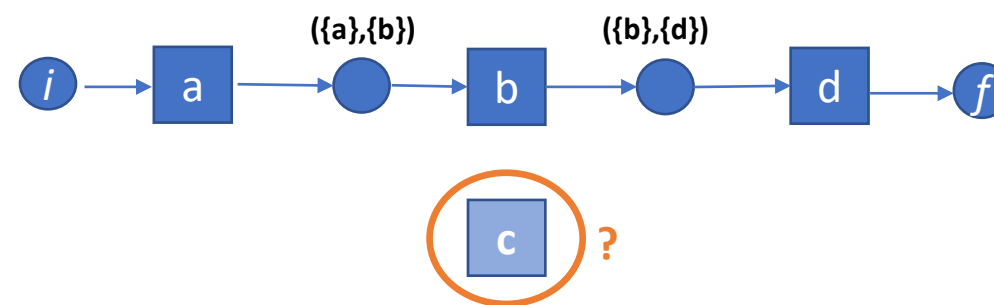
$\{i, (\{a\},\{b\}), (\{b\},\{d\}), f\}$

(conjunto maximal de lugares mais os lugares de início e de fim).

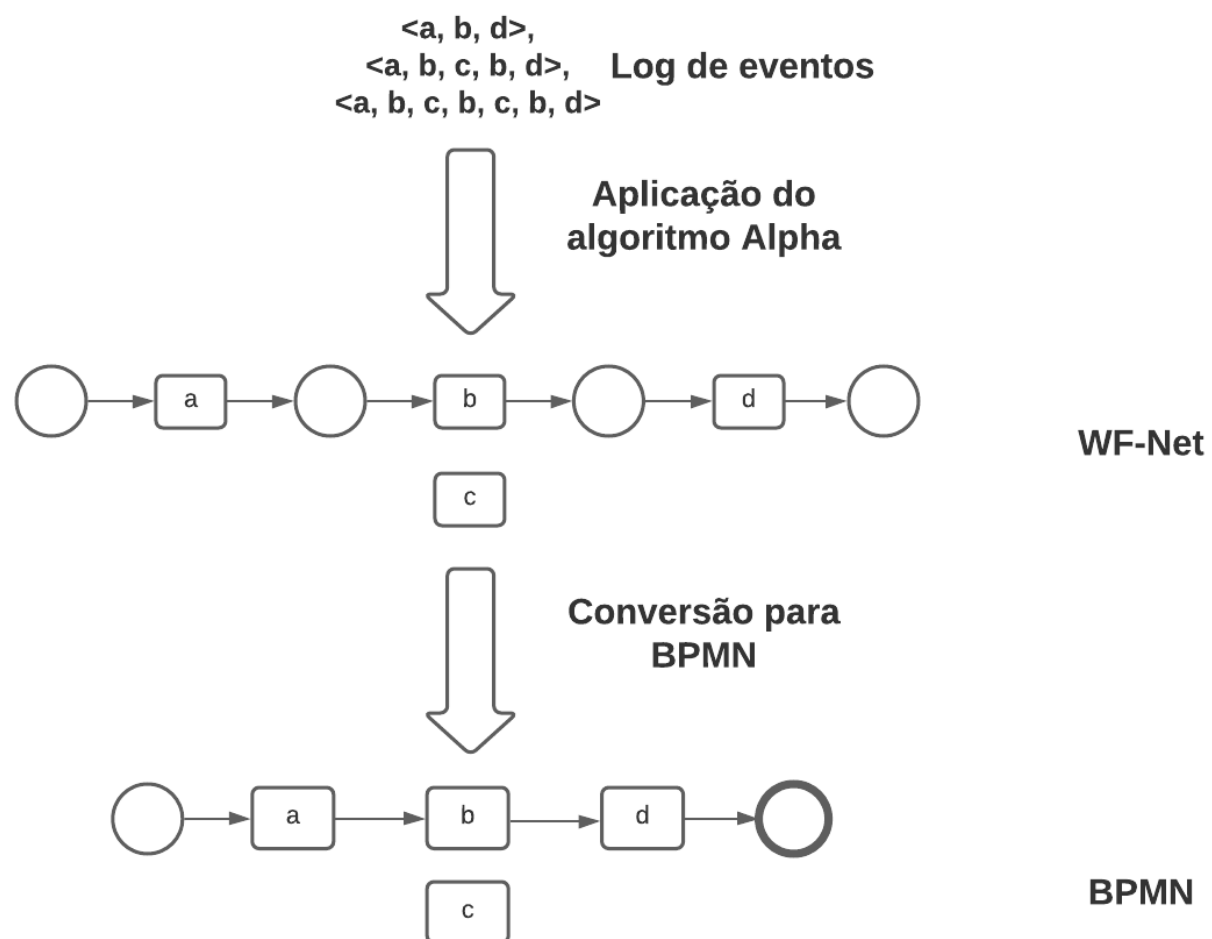


$\{(i,a), (a,(\{a\},\{b\})), ((\{a\},\{b\}), b),$
 $(b,(\{b\},\{d\})), ((\{b\},\{d\}), d), (d,f)\}$

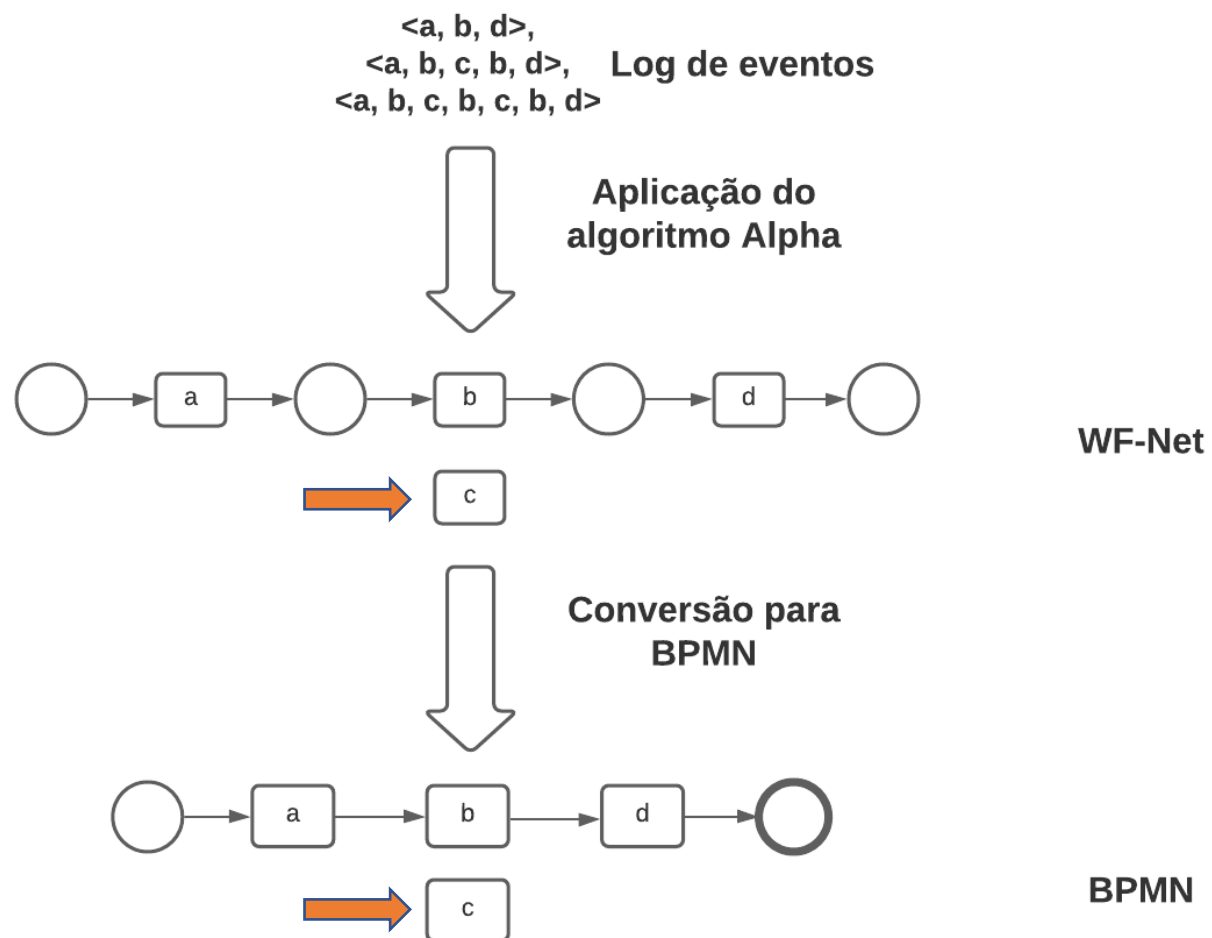
(conjunto de arcos que conectam lugares e transições (atividades)).



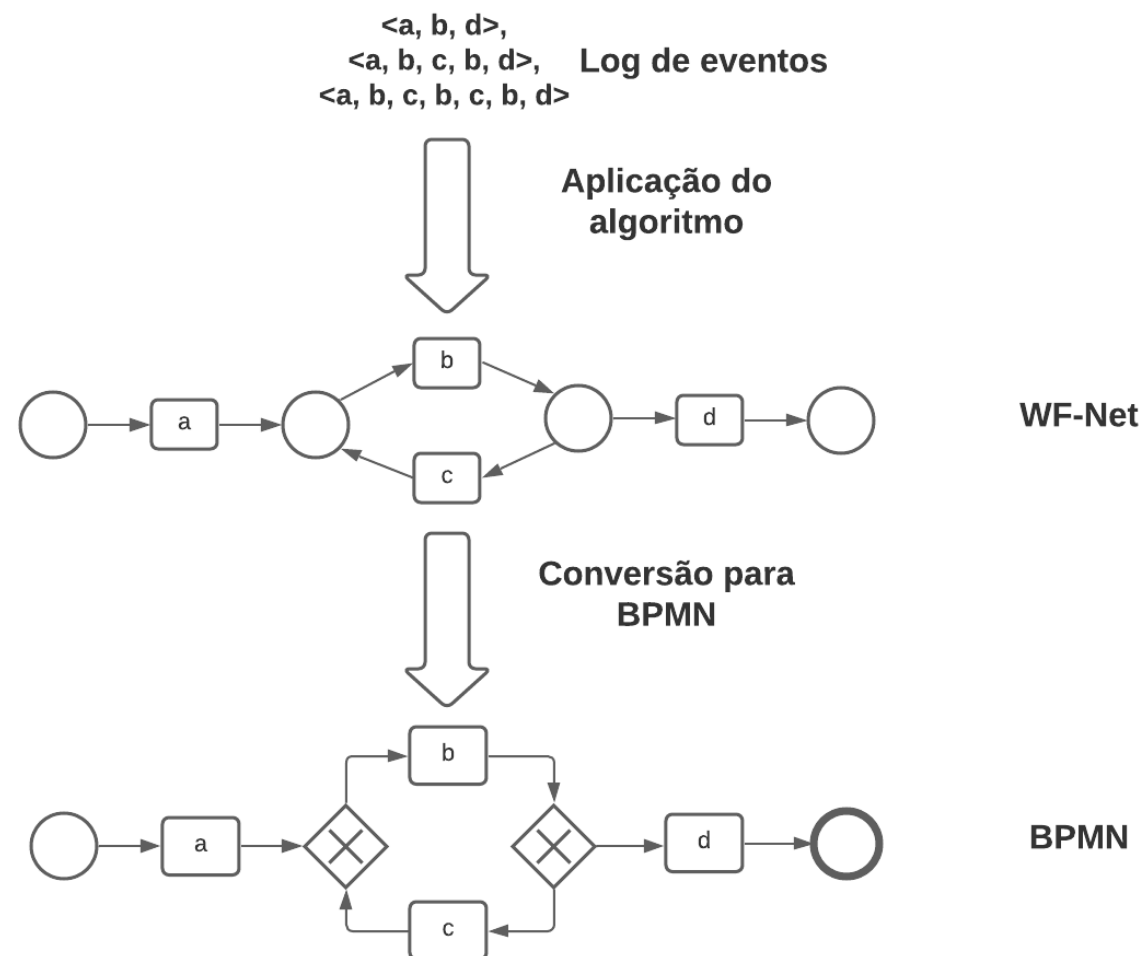
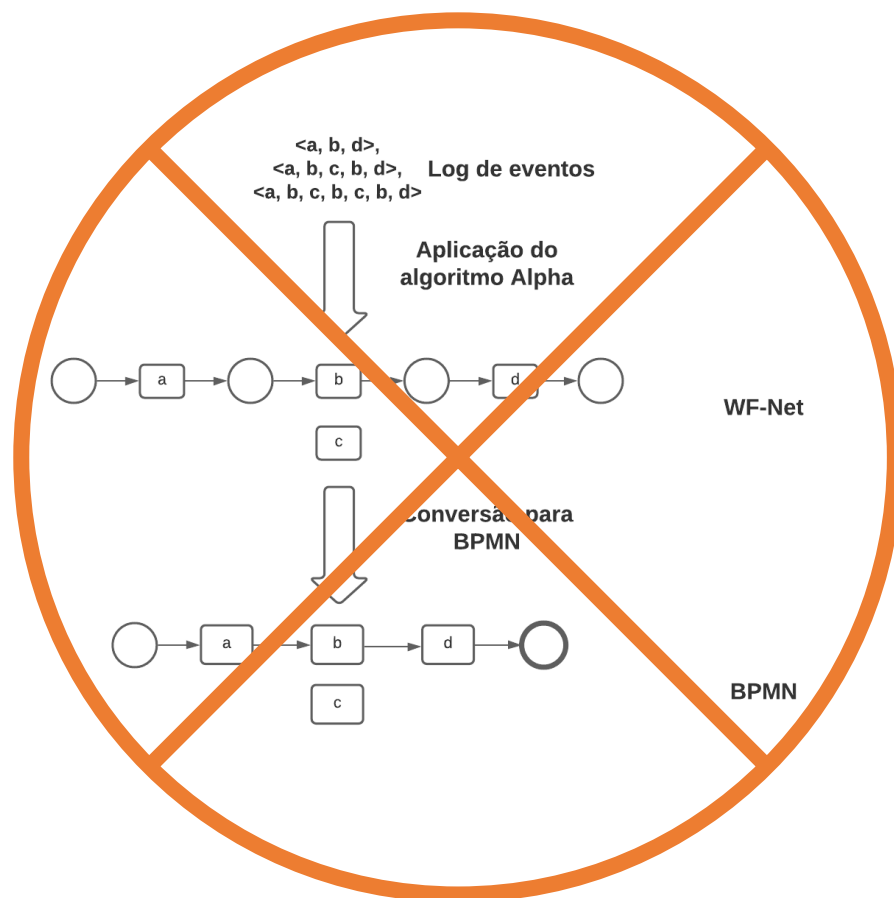
Algoritmo α – exemplo 3 – resultado



Algoritmo α – exemplo 3 – resultado



Algoritmo α – exemplo 3 – resultado esperado



Algoritmo α – exercício proposto

Um sistema de helpdesk registra o log das atividades de requisição de serviço e as atividades subsequentes até que o incidente possa ser resolvido.

Encontre a *wf-net* descoberta pelo *Algoritmo α* correspondente ao seguinte trecho do log de eventos desse sistema:

<Requisitar serviço, Revisar e designar analista, Registrar e categorizar incidente, Atualizar incidente existente, Resolver incidente>

<Requisitar serviço, Revisar e designar analista, Registrar e categorizar incidente, Criar novo incidente, Resolver incidente>

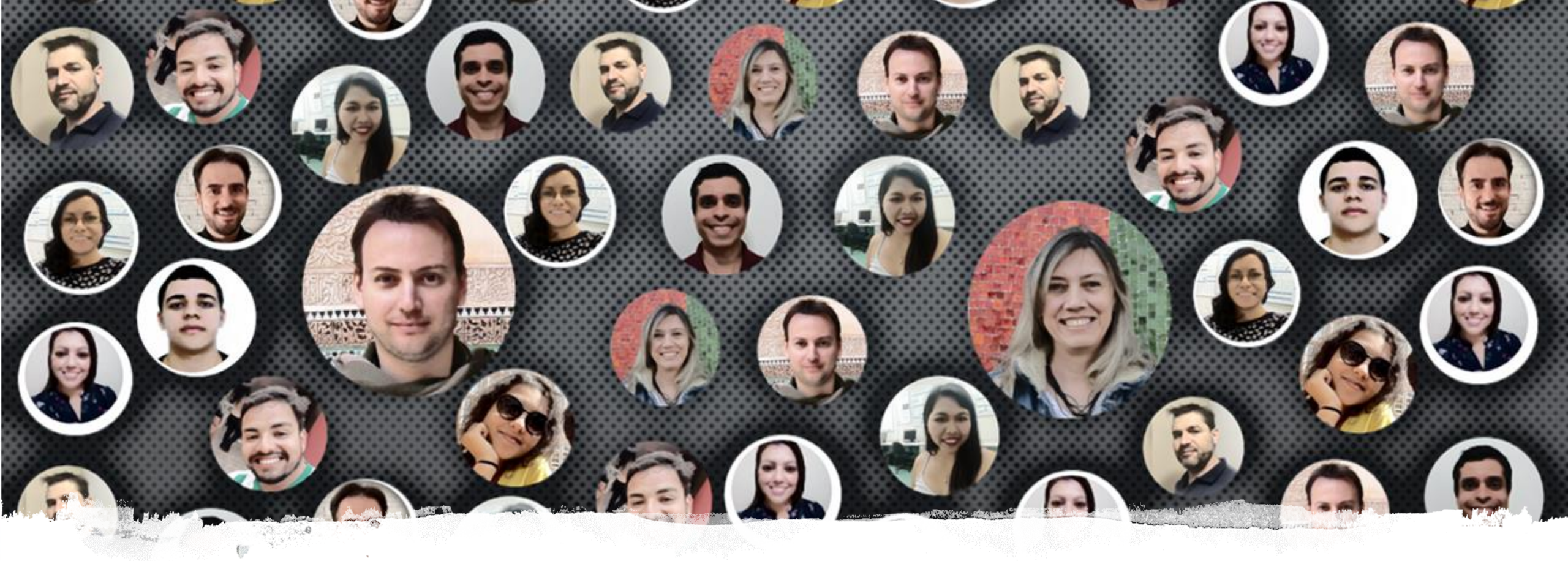
<Requisitar serviço, Registrar e categorizar incidente, Revisar e designar analista, Atualizar incidente existente, Resolver incidente>

<Requisitar serviço, Registrar e categorizar incidente, Revisar e designar analista, Criar novo incidente, Resolver incidente>

<Requisitar serviço, Registrar e categorizar incidente, Atualizar incidente existente, Revisar e designar analista, Resolver incidente>

<Requisitar serviço, Registrar e categorizar incidente, Criar novo incidente, Revisar e designar analista, Resolver incidente>





Algoritmo α : ***Exemplos didáticos***

José Francisco dos Santos Neto
M.Sc. Ana Rocío Cárdenas Maita
Prof. Dra. Sarajane Marques Peres
Prof. Dr. Marcelo Fantinato

2021